

MOŽNOSTI PROGNÓZOVANIA DYNAMIKY LYKOŽRÚTOVÝCH KALAMÍT

Štefan Pavlík

Problematika

Prírodné systémy sa môžu vyznačovať deterministickým alebo stochastickým správaním v čase. V prípade deterministického správania podliehajú zmeny systému v čase prísne kauzálnym zákonitostiam jednoznačne vyjadreným príslušnými deterministickými matematickými vzťahmi. Na základe týchto vzťahov je možné na základe stavu systému v čase t jednoznačne a presne predpovedať stav systému v čase $t+1$. Príkladom takéhoto deterministického systému je slnečná sústava, kde na základe Newtonových gravitačných zákonov zovšeobecnených Einsteinovou teóriou relativity vieme s vysokou presnosťou predpovedať polohu jednotlivých planét aj stovky rokov dopredu. Pri stochastických systémoch sa ich správanie v čase vyznačuje náhodnosťou, ktorá však podlieha zákonitostiam definovaným teóriou pravdepodobnosti. Poznajúc stav takéhoto systému v čase t vieme určiť jeho stav v čase $t+1$ len s určitou mierou presnosti pri danej spoľahlivosti. Stochastickým správaním sa vyznačuje napr. úbytok stromov v poraste v procese samozriedovania. Presnú hodnotu úbytku stromov v poraste za 5 rokov síce nevieme zistiť, ale môžeme ju odhadnúť s využitím príslušnej matematickej funkcie s určitou mierou presnosti (zvyčajne $\pm 5\%$) pri danej spoľahlivosti (najčastejšie 95 %). Pri hodnotení dynamiky lykožrútových kalamít sa z tohto hľadiska využíva analýza časových radov, pomocou ktorej je možné stochasticky analyzovať a prognózovať vývoj určitej veličiny v čase (BOX, JENKINS 1976, CIPRA 1986).

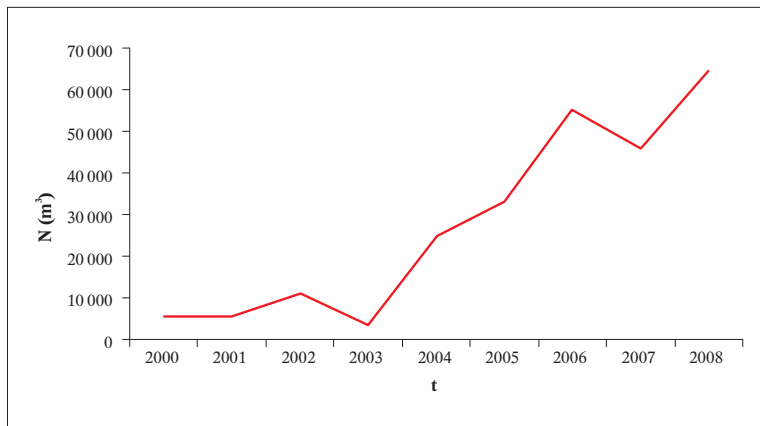
Od šesťdesiatych rokov 20. storočia je však známy aj tretí typ správania rôznych prírodných systémov v čase – správanie chaotické (LORENZ 1963, MAY 1974, GLEICK 1996). Systém s chaotickým správaním sa vyznačuje tým, že určitý stav systému v čase t sa môže v čase aj pri rovnakých východiskových podmienkach ďalej vyvíjať rôznymi cestami a nie je možné mu s dostatočne veľkou presnosťou a spoľahlivosťou priradiť určitý budúci stav v čase $t+1$. Chaotický systém, ktorý sa v čase t nachádza v určitom stave, sa tak môže v čase $t+1$ ocitnúť s približne rovnakou, ale nenulovou pravdepodobnosťou výrazne nižšou ako 95 %, v akomkoľvek stave z celého spektra možných stavov v závislosti od východiskových podmienok. V takomto prípade je možnosť prognózovania ďalšieho vývoja systému v čase výrazne limitovaná a jeho správanie je opísané teóriou chaosu. Typickým príkladom chaotického systému je počasie s možnosťou spoľahlivej predpovede len na niekoľko dní dopredu.

Populácia lykožrúta v smrekovom lese je dynamický systém, ktorý podlieha zmenám v čase. Je jasné, že nejde o deterministický systém, pretože tieto zmeny sa neriadia prísne deterministickými zákonitosťami a nevieme presne prognózovať ďalšie zmeny tohto systému v čase. Doteraz sa na analýzu a prognózovanie vývoja takéhoto systému používali stochastické metódy (napr. analýza časových radov a pod.), vychádzajúc z predpokladu, že zmeny systému v čase podliehajú určitým zákonitostiam s výrazným vplyvom náhodných faktorov. Ukazuje sa však, že správanie takéhoto systému v čase je v mnohých prípadoch nie stochastické (náhodné), ale chaotické (PAVLÍK 2009, 2010). To má významné dôsledky aj z hľadiska prognózovania dynamiky lykožrútových kalamít, kedy klasické metódy stochastickej analýzy a prognózy, používané v súčasnosti, nie sú najvhodnejším matematickým nástrojom pre analýzu a interpretáciu takýchto dát, čo môže viesť k nesprávnym záverom. Zároveň sa v súčasnosti stále viac dostáva do popredia požiadavka prognózovať ďalší vývoj lykožrútových kalamít napr. v chránených územiach s cieľom vybrať optimálny spôsob manažmentu týchto území. Jednou z možných ciest pri riešení týchto problémov je využiť matematický aparát teórie nelineárnych dynamických systémov v rámci teórie chaosu ako alternatívny a matematicky vhodnejší prístup k analýze a prognóze dynamiky lykožrútových kalamít v smrekových lesoch.

Východiskové predpoklady

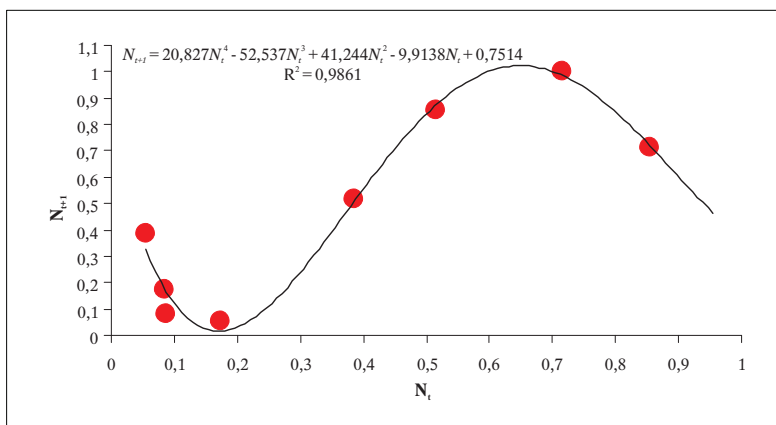
Základným predpokladom je mať z vopred definovaného záujmového územia dostatočne dlhý časový rad údajov o vývoji lykožrútovej kalamity (počty stromov napadnutých lykožrútmí, objem napadnutej hmoty, výmera plochy napadnutej lykožrútom, príp. náhodná ťažba v dôsledku napadnutia lykožrútom) (obr. 1). Čím dlhší časový rad je k dispozícii, tým objektívnejšie sú výsledky analýzy a možnosti prognózy, pretože v správaní systému ostáva

„stopa“ po predchádzajúcich udalostiach a činiteľoch ovplyvňujúcich dynamiku lykožrútovej kalamity a nie je potrebné ich do analýzy zahrnúť. Sú explicitne zahrnuté v daných časových dátach.



Obrázok 1. Množstvo lykožrútom napadnutej hmoty (N) v jednotlivých rokoch (t)

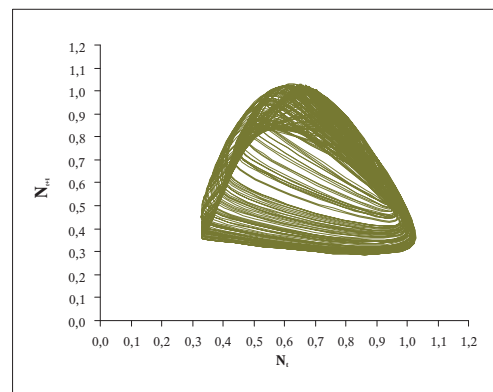
Ďalším predpokladom je odvodenie vhodnej matematickej funkcie v tvare $N_{t+1} = f(N_t)$, ktorá by s dostatočnou presnosťou popisovala pozorovanú dynamiku lykožrútovej kalamity. Pri odvodení matematickej funkcie sa vychádza z Taylorovho polynomickeho teorému (RICKLEFS 1990), podľa ktorého akýkoľvek rad hodnôt môže byť aproximovaný pomocou rady polynomických členov v tvare $a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$ (obr. 2). Zvyčajne je vhodné údaje časového radu kvôli štandardizácii transformovať podľa vzťahu $N_t / \max N_t$, tzn. ako podiel jednotlivých hodnôt z maximálnej hodnoty v analyzovanom časovom rade.



Obrázok 2. Závislosť množstva lykožrútom napadnutej hmoty v nasledujúcom roku (N_{t+1}) od množstva lykožrútom napadnutej hmoty v predchádzajúcom roku (N_t)

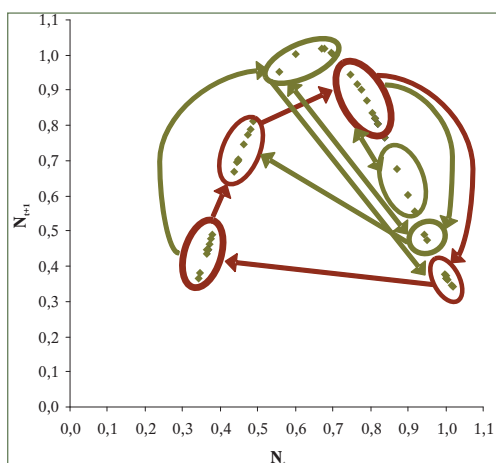
Analýza

Správanie analyzovaného systému v rámci zvoleného množstva opakovaní (iterácií) sa zobrazí vo forme dráhy (trajektórie) systému v súradnicovom systéme (fázovom priestore) $N_t \rightarrow N_{t+1}$ (obr. 3). Na základe Ruelleovej-Takensovej metódy rekonštrukcie fázového priestoru (RUELLE, TAKENS 1971) je potom možné analyzovať správanie systému v čase a určiť zóny atrakcie (atraktory), do ktorých sa systém v čase vracia, pravdepodobnosť prechodov systému z jedného stavu do druhého a na základe toho stanoviť jednotlivé scenáre vývoja systému v čase (obr. 4, 5).



Obrázok 3. Trajektória analyzovaného systému vo fázovom priestore $N_t \rightarrow N_{t+1}$ v rámci 500 iterácií

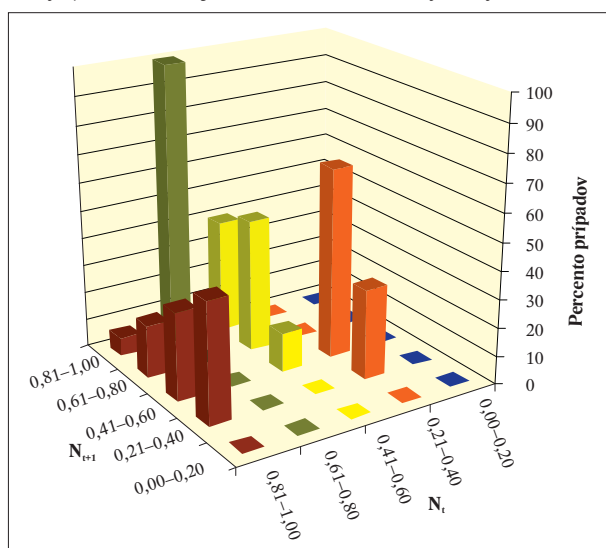
Na základe analýzy správania analyzovaného systému pomocou Ruelleovej-Takensovej metódy rekonštrukcie fázového priestoru možno povedať, že tento systém sa vyznačuje pravidelnými cyklickými fluktuáciami s 4–5 (-7)-ročnou periódou a mnohými nepravidelnými chaotickými výkyvmi (obr. 4). Poincarého rez fázovým priestorom v rovine $N_t \rightarrow N_{t+1}$ vytvára atraktor typický pre systémy s chaotickým správaním (obr. 3). V rámci cyklických fluktuácií existujú 4 zóny atrakcie definované hodnotami $N_t \rightarrow N_{t+1}$ a ohraničené nasledovne (obr. 4, 5): silný atraktor $(0,3 - 0,4) \rightarrow (0,4 - 0,5)$, stredne silný atraktor $(0,4 - 0,5) \rightarrow (0,6 - 0,8)$ a veľmi silný atraktor $(0,7 - 0,8) \rightarrow (0,8 - 1,0)$. Tieto atraktory predstavujú skutočnosť, že pri nižšom objeme lykožrútom napadnutej hmoty (približne 22 – 23 tisíc m^3) dochádza v modelovom systéme k postupnému zvyšovaniu tohto objemu až na vysoké hodnoty zodpovedajúce približne 65 tisíc m^3 za rok, pričom následne dôjde k prudkému poklesu na východiskový stav, čo je reprezentované stredne silným atraktorom $(0,9 - 1,0) \rightarrow (0,3 - 0,4)$, a následnému ďalšiemu postupnému zvyšovaniu objemu lykožrútom napadnutej hmoty. Okrem toho sa však v analyzovanom systéme vyskytuje aj množstvo nepravidelných, chaotických výkyvov s 3 zónami atrakcie: stredne silný atraktor $(0,6 - 0,7) \rightarrow (0,9 - 1,0)$ a $(0,9 - 1,0) \rightarrow (0,4 - 0,5)$ a slabý atraktor $(0,8 - 1,0) \rightarrow (0,5 - 0,7)$. Tieto atraktory predstavujú nepravidelné situácie, kedy



môže dôjsť v analyzovanom systéme k prudšiemu nárastu objemu lykožrútom napadnutej hmoty, resp. k menej výraznému zníženiu tohto objemu v porovnaní so stavom pri cyklických výkyvoch (obr. 4, 5). Z obrázku 5 je tiež vidno, že najmenej predvídateľný vývoj má analyzovaný systém pri vysokom objeme lykožrútom napadnutej hmoty ($N_t = 0,81 - 1,00$). Naopak pri objeme $N_t = 0,61 - 0,80$ vždy dôjde k nárastu na objem $N_{t+1} = 0,81 - 1,00$.

Obrázok 4. Správanie analyzovaného systému v čase vo fázovom priestore $N_t \rightarrow N_{t+1}$. Šípkami sú znázornené možné prechody systému z jedného stavu na druhý. Zóny atrakcie pre cyklické fluktuácie (ich trajektória je znázornená červenými šípkami) sú ohraničené červenými elipsami, pre chaotické fluktuácie modrými elipsami (ich trajektórie sú vyznačené modrými šípkami). Hrúbka čiar ohraničujúcej danú zónu atrakcie zodpovedá sile daného atraktora.

Mieru chaosu analyzovaného systému je možné určiť na základe výpočtu hodnoty tzv. Lyapunovho exponentu ako miery exponenciálneho rozbiehania sa trajektórií systému pri nepatrne odlišných východiskových podmienkach. Tento exponent v prípade, že sa systém správa deterministicky (t. j. aj pri mierne odlišných východiskových podmienkach sú trajektórie systému indentické), má hodnotu menšiu ako 0, ak ide o systém správajúci sa stochasticky (náhodne, t. j. pri nepatrne odlišných východiskových podmienkach sa trajektórie systému mierne odlišujú



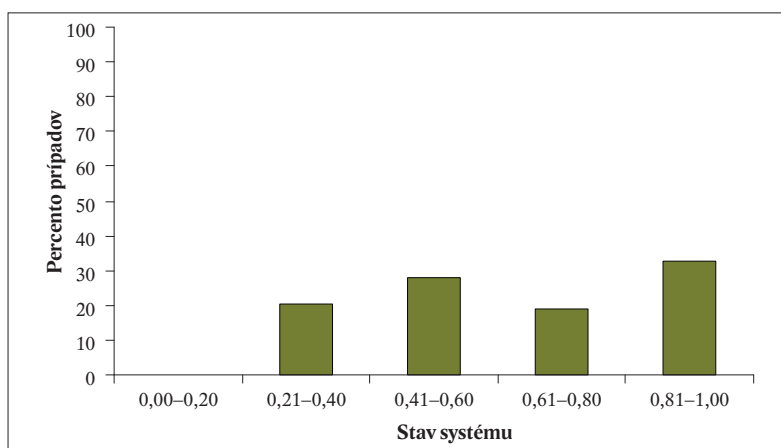
v rámci náhodného kolísania), sa Lyapunov exponent pohybuje okolo hodnoty 0, a pri systéme s chaotickým správaním (kedy sa trajektórie systému aj pri nepatrne odlišných východiskových podmienkach exponenciálne rozchádzajú) dosahuje hodnoty väčšie ako 0. V našom prípade sa priemerná hodnota Lyapunovho exponentu pohybuje v rozpätí 0,62 – 0,65, čo indikuje, že dynamika kolísania objemu lykožrútom napadnutej hmoty má výrazne chaotické správanie v čase a nemožno ju správne modelovať stochastickými metódami, ako sa s tým často v súčasnosti stretávame. Len pre porovnanie, Lyapunov exponent Lorenzovho systému počasia má hodnotu 0,91.

Obrázok 5. Pravdepodobnosť prechodov analyzovaného systému zo stavu N_t na stav N_{t+1} v rámci 500 iterácií

Prognóza

Na základe všetkých možných trajektórií analyzovaného systému (obr. 4) existuje mnoho rôznych scenárov ďalšieho vývoja systému v čase s nenulovou pravdepodobnosťou výskytu. Dôsledkom toho je skutočnosť, že analyzovaný systém sa v budúcnosti môže ocitnúť v akomkoľvek stave (okrem stavu 0,00 – 0,20) s približne rovnako veľkou

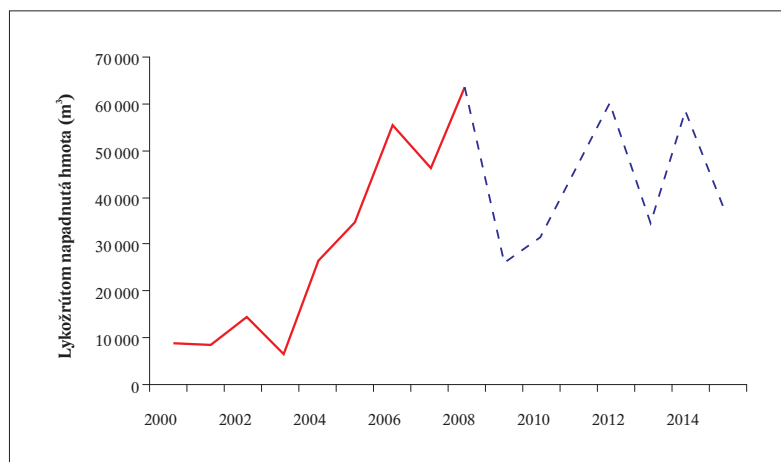
nenulovou pravdepodobnosťou výskytu (obr. 6), avšak vždy výrazne nižšou ako 95 % (ako najčastejšie používané miery spoľahlivosti pri stochastickom modelovaní). Zároveň je z obrázku 6 vidno, že v danom modelovom systéme nedôjde za normálnych okolností a pri doterajšom spôsobe manažmentu v budúcnosti k poklesu ročného prírastku objemu lykožrútom napadnutej hmoty pod hranicu 12 – 13 tisíc m³. Z tohto hľadiska je potrebné na základe matematickej analýzy a modelovania založeného na princípoch nelineárnej dynamiky a teórie chaosu naplánovať taký manažment smrečín, aby trajektória daného systému sa dlhodobo dostala v rámci fázového priestoru na obrázku 3 a 4 do zóny atrakcie (0,0 – 0,2) → (0,2 – 0,4). Toto je však len veľmi ťažko prakticky dosiahnuteľné, pretože vysoká hodnota člena a ($= 0,7514$) v regresnej rovnici (obr. 2) znamená, že v analyzovanom systéme aj pri znížení objemu lykožrútom napadnutej hmoty na nulu je vysoko pravdepodobné, že v ďalšom roku dôjde k ďalšiemu zvýšeniu objemu napadnutej hmoty nad hodnotu 12 – 13 tisíc m³.



Obrázok 6. Percentuálny podiel jednotlivých stavov analyzovaného systému v rámci 500 iterácií

Prognóza vývoja objemu lykožrútom napadnutej hmoty vytvorená na základe aplikácie princípov nelineárnej dynamiky a teórie chaosu je znázornená na obrázku 7. Z veľkého množstva možných scenárov vývoja bol vybraný najpravdepodobnejší variant. Pritom však treba mať na zreteli nasledovné skutočnosti:

- Prognóza je v tomto prípade relevantná maximálne na obdobie 7 rokov (podobne ako počasie je možné predpovedať len na 3 – 5 dní dopredu), pričom s rastúcou dĺžkou predpovede sa presnosť stráca.
- Časový horizont, v ktorom sa systém dostane do určitého stavu, nie je možné presne určiť v súhlase s princípmi teórie chaosu a správania sa nelineárnych dynamických systémov, predovšetkým vysokej citlivosti takýchto systémov na východiskových podmienkach. V danom prípade teda vieme s určitou pravdepodobnosťou povedať, k čomu v priebehu ďalších 7 rokov dôjde, ale nevieme presne určiť, kedy k tomu dôjde. Z tohto hľadiska je preto potrebné jednotlivé scenáre ďalšieho vývoja chápať ako kvalitatívne, postihujúce všeobecné kvalitatívne rysy správania sa modelového systému v čase.



Obrázok 7. Doterajší vývoj objemu lykožrútom napadnutej hmoty do roku 2008 (červená plná čiara) a prognóza vývoja na roky 2009 – 2015 (modrá prerušovaná čiara)

Záver

Uvedená metóda analýzy a prognózovania dynamiky lykožrútových kalamít bola doteraz úspešne aplikovaná napr. na analýzu dynamiky šírenia sa chrobačiarov napadnutých lykožrútmami v smrečinách NPR Zadná Poľana (PAVLÍK 2009) alebo na analýzu a prognózu ročného objemu lykožrútom napadnutej hmoty v smrečinách na Slovensku (PAVLÍK *et al.* 2010). Táto metóda predstavuje matematicky relevantnejší postup pri analýze a prognózovaní dynamiky lykožrútových kalamít v porovnaní s doteraz používanými stochastickými metódami (napr. analýzou časových radov). Dáva odpoveď predovšetkým na otázku, ako často a v akom rozsahu dochádza k lykožrútovým kalamitám v rámci vopred definovaného územia. Už menej presná je odpoveď na otázku kedy, v akom časovom horizonte, ku kalamitám dôjde. Napriek určitým obmedzeniam predstavuje táto metóda alternatívnu možnosť pri analýze a prognózovaní dynamiky lykožrútových kalamít v rámci určitého územia v čase a možnosti aplikácie tejto metódy je potrebné naďalej overovať na rôznom spektre dát o dynamike lykožrútových kalamít

Podakovanie

Práca vznikla vďaka finančnej podpore grantovej agentúry VEGA MŠ SR v rámci riešenia projektu č. 1/0484/11 „Riziko dopadu biotických a antropogénnych škodlivých činiteľov na ekologickú stabilitu lesných rezervácií v meniacich sa ekologických podmienkach“.

Literatúra

- BOX G. E. P., JENKINS G. M., 1976: Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco : Holden Day.
- CIPRA T., 1986: Analýza časových rad s aplikaciami v ekonomii. Praha : Nakladateľství technické literatury, 248 s.
- GLEICK J., 1996: Chaos: vznik novej vedy. Praha : Ando Publishing, 350 s.
- LORENZ E. N., 1963: Deterministic Nonperiodic Flow. In: *Journal of the Atmospheric Science*, 20: 130–141.
- MAY R. M. 1974. Biological populations with nonoverlapping generations: stable points, stable cycles, and chaos. *Science*, 186: 645–647.
- PAVLÍK Š., 2009: Dynamika šírenia sa chrobačiarov napadnutých lykožrútmami v prírodnej javorovej smrečine v NPR Zadná Poľana. In: *Acta Facultatis Forestalis*, LI(2): 59–74.
- , VAKULA J., GALKO J., GUBKA A., KUNCA A., 2010: Vývoj ročného objemu lykožrútom napadnutého dreva v smrečinách na Slovensku od roku 1973: analýza a prognóza. In: *Lesn. Čas. – Forestry Journal*, 56(3): 235–245.
- RICKLEFS R. E., 1990: Ecology. New York : W. H. Freeman and Company.
- RUELLE D., TAKENS F., 1971: On the natural of turbulence. In: *Comm. Math. Phys.*, 20: 167–192.